УДК.517.5

© В.А.Винокуров, В.А.Садовничий 2000

Асимптотика собственных значений и собственных функций и формула следа для потенциала, содержащего δ-функции

В.А.Винокуров, В.А.Садовничий

23 июня 2000 года

Рассматривается первая краевая задача на отрезке $[0,\ell]$, состоящая из дифференциального уравнения

$$y'' + (\lambda + q(x))y = 0 \tag{1}$$

и краевых условий

$$y(0) = 0\,, \tag{2}$$
$$y(\ell) = 0\,. \tag{3}$$

Для случая вещественнозначной, суммируемой на $[0,\ell]$ функции $q(x)$ в нашей предыдущей работе [1] построены при любых $n = 1,2,3,\ldots$ и $m = 0,1,2,\ldots$ приближенные формулы вида

$$\lambda_n = \lambda_{n,m}(q) + \theta_{n,m}\,, \tag{4}$$
$$s_n = s_{n,m}(q) + \psi_{n,m}\,, \tag{5}$$
$$y_n(x) = y_{n,m}(q,x) + \Delta y_{n,m}(x)\,. \tag{6}$$

Здесь λ_n – n-ное собственное значение; $s_n \equiv \sqrt{\lambda_n}$; $y_n(x)$ – n-ная нормированная собственная функция; $\lambda_{n,m}(q)$, $s_{n,m}(q)$, $y_{n,m}(q,x)$ – явно строящиеся через функцию $q(x)$ величины. В частности, $\lambda_{n,0} \equiv \left(\frac{n\pi}{\ell}\right)^2$ – собственные значения вырожденной задачи, $y_{n,0}(x) \equiv \sqrt{\frac{2}{\ell}}\sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right)$ – нормированные собственные функции вырожденной задачи, $s_{n,0} \equiv \mu_n = \frac{n\pi}{\ell}$. Величины $\theta_{n,m}$, $\psi_{n,m}$, $\Delta y_{n,m}(x)$ удовлетворяют неравенствам:

$$|\theta_{n,m}| \le C_{1,m}\cdot\frac{b}{\ell^2}\,(\gamma_n)^m\,, \tag{7}$$

$$|\psi_{n,m}| \le C_{2,m}\cdot\frac{1}{\ell}\,(\gamma_n)^{m+1}\,, \tag{8}$$

$$|\Delta y_{n,m}(x)| \le C_{3,m}\cdot\sqrt{\frac{2}{\ell}}\,(\gamma_n)^{m+1}\,, \tag{9}$$