где $\{C_{1,m}\}_{m=0}^{\infty}$, $\{C_{2,m}\}_{m=0}^{\infty}$, $\{C_{3,m}\}_{m=0}^{\infty}$ – предъявленные последовательности констант, число $b \equiv \ell \cdot \int\limits_0^\ell |q(x)|dx$, числа $\gamma_n \equiv \frac{b}{n\pi - \frac{1}{4}}$.

Использование асимптотической формулы (4) с $m = 2$, позволило нам ранее в работе [2] обобщить формулу регуляризованного следа для случая суммируемых потенциалов в форме следующего равенства

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\lambda_n - \left(\lambda_{n,0} - \int\limits_0^\ell y_{n,0}^2(x) q(x)\, dx \right) \right) = 0 \tag{10}$$

со сходящимся рядом в левой части.

Оценки (7), (8), (9) ошибок аппроксимации приближенных формул (4, 5, 6) обладают тем свойством, что зависят лишь от нормы $\|q\|_1 \equiv \int\limits_0^\ell |q(x)|dx$ функции q в пространстве $L_1[0,\ell]$. Рассматривая δ-функцию как предел последовательности "ступенек" с постоянным значением интеграла, мы можем перейти в приближенных формулах (4, 5, 6) к пределу с сохранением оценок типа (7, 8, 9) для ошибки аппроксимации. Исходя из данного замечания, мы в настоящей работе строим для случая $m = 2$ приближенные формулы типа (4, 5, 6) и обобщаем формулу регуляризованного следа типа (10) на класс потенциалов $q(x)$, которые могут содержать слагаемые в виде δ-функций.

1 Постановка задачи

Введем следующие классы заданных на сегменте $[0,\ell]$ действительных функций: банахово пространства $C[0,\ell]$ непрерывных функций $y(x)$ с нормой $\|y\|_c \equiv \sup\limits_{x\in[0,\ell]} |y(x)|$; банахово пространство $L_p[0,\ell]$, $p \in [1,\infty[$ суммируемых по Лебегу в p-той степени функций $q(x)$ с нормой $\|q\|_p \equiv (\int\limits_0^\ell |q(x)|^p dx)^{1/p}$; линейное пространство $BV[0,\ell]$ функций ограниченной вариаций $\sigma(x)$ с преднормой $\|\sigma\|_v$ равной полной вариации функции $\sigma(x)$ на $[0,\ell]$; линейное подпространство $BV_c[0,\ell] \subset BV[0,\ell]$, состоящее из всех функций ограниченной вариации $\sigma(x)$, которые непрерывны справа в любой точке $x \in [0,\ell]$ и непрерывны в точках $x = 0$ и $x = \ell$. Для функции $\sigma \in BV[0,\ell]$ введем величину $b = b(\sigma) \equiv \ell \cdot \|\sigma\|_v$.

Перейдем теперь от краевой задачи, состоящей из дифференциального уравнения (1) и краевых условий (2, 3) к следующей краевой задаче, состоящей из интегрального уравнения

$$z(x) = x - \int\limits_0^\ell \nu(x-t) z(t)\, d(\sigma(t) + \lambda t), \quad x \in [0,\ell] \tag{11}$$