и краевого условия

$$z(\ell) = 0. \tag{12}$$

Здесь $\sigma \in BV[0,\ell]$ – заданная функция, функция $\nu(\xi) \equiv \begin{cases} 0, & \xi < 0, \\ \xi, & \xi \geq 0 \end{cases}$ и требуется найти такое $\lambda \in \mathbf{C}$ и такую функцию $z \in C[0,\ell]$, чтобы выполнялись соотношения (11, 12). В случае, когда потенциал $q(x)$ – непрерывная функция и функция $\sigma(x) \equiv \int\limits_0^x q(t)\,dt$, каждое собственное значение краевой задачи (11, 12), является собственным значением краевой задачи (1, 2, 3) с собственной функцией $z(x)$ класса $C^{(2)}[0,\ell]$, удовлетворяющей условию $z'(0) = 1$. Тогда функция

$$y(x) = \frac{z(x)}{\|z\|_2} \tag{13}$$

будет нормированной собственной функцией краевой задачи (1, 2, 3). Справедливо и обратное утверждение: если $y(x)$ собственная функция класса $C^{(2)}[0,\ell]$ краевой задачи (1, 2, 3) с собственным значением $\lambda \in \mathbf{C}$, удовлетворяющая условию $y'(0) = 1$, то функция $z(x) = y(x)$ – собственная функция краевой задачи (11, 12).

Далее, следуя ([3], гл. 12), мы рассматриваем краевую задачу (11, 12) с функцией $\sigma(x)$ из пространства $BV_c[0,\ell]$. Аткинсоном установлено, что в этом случае краевая задача (11, 12) при любом $\sigma \in BV_c[0,\ell]$ сохраняет следующие известные свойства краевой задачи (1, 2, 3) с непрерывным потенциалом $q(x)$:

1) Все собственные значения краевой задачи (11, 12) вещественны, имеют кратность 1 и образуют монотонно возрастающую к бесконечности последовательность $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \ldots < \lambda_n < \ldots$.

2) Соответствующая непрерывная собственная функция $z_n(x)$ имеет ровно n нулей на $]0,\ell[$.

3) Последовательность нормированных собственных функций $\{y_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$, образует полную ортонормированную систему в $L_2[0,\ell]$.

Аткинсоном получены асимптотические формулы вида (4, 5, 6) для $m = 0$. Мы будем использовать следующий результат Аткинсона.

Теорема 0 *([3], теоремы 12.8.1, 12.9.1.) Если $n > \frac{8b}{\pi}$, то на сегменте $[\mu_n - \frac{3}{4\ell}, \mu_n + \frac{3}{4\ell}]$, существует единственное значение спектрального параметра s_n краевой задачи (11, 12). Для соответствующей собственной функции $z_n(x)$ справедливо неравенство*

$$\left| z_n(x) - \frac{1}{s_n} \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right) \right| \leq \frac{21b}{s_n n\pi}\,.$$