Теорема 2 *Если* $\sigma \in BV_c[0,\ell]$ *и выполнено неравенство* $n \geq \frac{1}{\pi}\left(125b + \frac{1}{4}\right)$, *то для нормированной собственной функции справедливо при* $x \in [0,\ell]$ *представление*

$$y_n(x) = y_{n,0}(x) + \frac{1}{2\pi n} y_{n,1,0}(x) + \Delta y_n(x), \tag{21}$$

где

$$y_{n,1,0}(x) \equiv \sqrt{\frac{2}{\ell}} \left\{ \cos(\mu_n x) \left[\ell \int_0^x (1 - cos(2\mu_n \xi))\, d\sigma(\xi) - \right. \right. \tag{22}$$

$$\left. x \int_0^\ell (1 - cos(2\mu_n \xi))\, d\sigma(\xi) \right]$$

$$\left. - \sin(\mu_n \xi) \left[\int_0^\ell \xi \sin(2\mu_n \xi)\, d\sigma(\xi) - \ell \int_x^\ell \sin(2\mu_n \xi)\, d\sigma(\xi) \right] \right\}$$

и верно неравенство

$$|\Delta y_n(x)| \leq \sqrt{\frac{2}{\ell}} \frac{(4{,}1b + 256{,}5b^2)}{(n\pi - \frac{1}{4})^2}\,. \tag{23}$$

Каждая функция ограниченной вариации $\sigma \in BV_c[0,\ell]$ может иметь на $[0,\ell]$ не более счетного числа точек разрыва $x_i \in]0,\ell[,\ i \in I$, внутри интервала $]0,\ell[$, в которых существуют правый предел $\sigma(x_i+0)$ и левый предел $\sigma(x_i-0)$ и определена величина скачка $c_i \equiv \sigma(x_i+0) - \sigma(x_i-0)$. В силу ограниченности полной вариации функции σ ряд $\sum\limits_{i\in I} |c_i|$ сходится (см. [4], с. 191, 192).

Справедлива следующая формула регуляризованного следа.

Теорема 3 *Пусть функция* $\sigma \in BV_c[0,\ell]$ *и* $\{x_i\}_{i\in I} \subset]0,\ell[$ *– множество её точек разрыва, а* c_i *– соответствующие значение её скачка в точке разрыва* x_i, $i \in I$, *тогда следующие ряды сходятся и справедливо равенство*

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\lambda_n(\sigma) - (\lambda_{n,0} - L_n(\sigma))) = -\frac{1}{8} \sum_{i\in I} c_i^2\,. \tag{24}$$

Причем в случае непрерывной функции $\sigma(x)$ *множество* $I = \emptyset$ *пустое и по определению полагается* $\sum\limits_{i\in\emptyset} c_i^2 = 0$.

Следствие 1 *Функция* $\sigma(x)$ *класса* $BV_c[0,\ell]$ *непрерывна на сегменте* $[0,\ell]$ *тогда и только тогда, когда*

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\lambda_n(\sigma) - (\lambda_{n,0} - L_n(\sigma))) = 0\,.$$